

TRABAJANDO CON NÚMEROS GRANDES, ENORMES, COLOSALES,...



Juan Carlos Ballabriga Escuer
Departamento de matemáticas
IES Benjamín de Tudela





iiYA!!

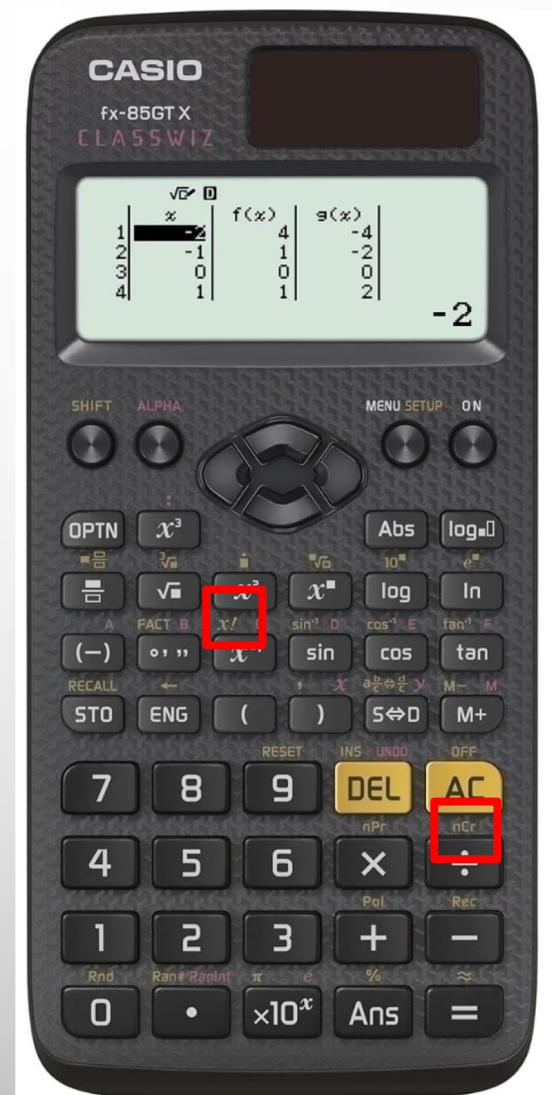
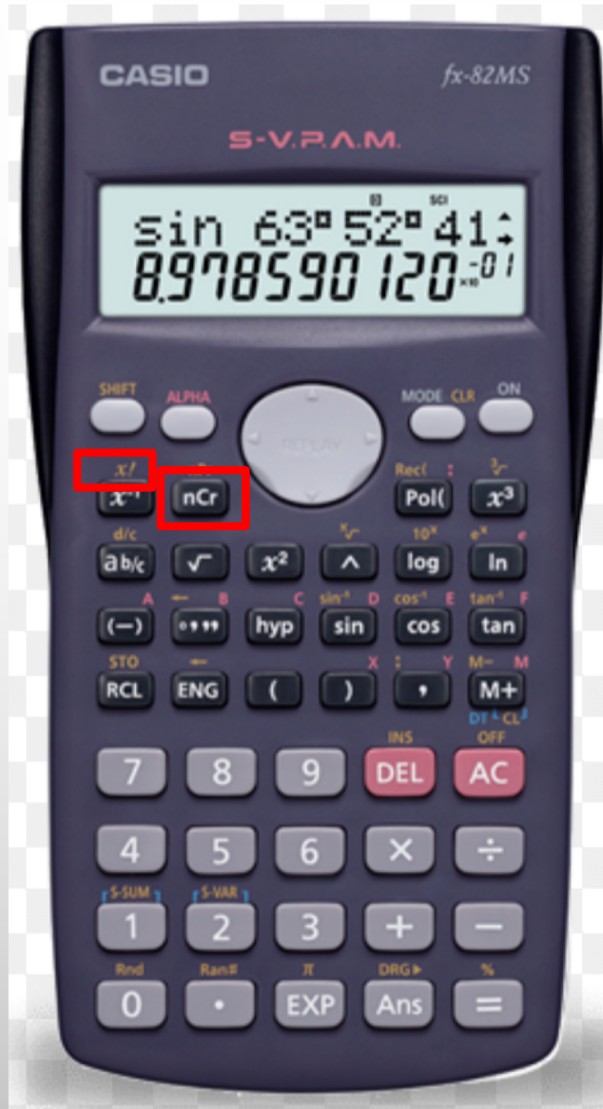
LOCALIZAR EN LA CALCULADORA

FACTORIAL

$x!$

COMBINACIONES

nCr



¿QUÉ ES UN N° GRANDE?

¿UN MILLÓN?

$$10^6 = 1\,000\,000$$

¿UN BILLÓN?

$$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$$

¿UN TRILLÓN?

$$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

¿UN GOOGOL?

[illegible]

¿UN GOOGOLPLEX? $10^{10^{100}}$ ¿¿¿???

ALGUNOS NÚMEROS CONCRETOS.....O NO

- EDAD DEL UNIVERSO: 13 600 000 000 AÑOS (*)
- N° DE ESTRELLAS DEL UNIVERSO OBSERVABLE: 3×10^{26}
- N° DE ÁTOMOS DEL UNIVERSO: 10^{85}
- COMPLEJIDAD AJEDREZ: 10^{120}
- N° DE FORMAS DE ORDENAR UNA BIBLIOTECA DE 1000 LIBROS (*)

$$1000! = 4,023 \times 10^{2567}$$


$$123 = 100 + 20 + 3 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

$$123 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

[illegible]

Valores enteros en el ordenador

Los *integer* del pc puede ser de distintos tamaños, en general de 32, 64 o 128 bits, donde los tamaños máximos son los siguientes:

$$32 \text{ bit: } 2^{31}-1 = 2\,147\,483\,647$$

$$64 \text{ bit: } 2^{63}-1 = 9\,223\,372\,036\,854\,775\,807$$



$$2^{63} - 1 = 9,223372037 \times 10^{18}$$

$$128 \text{ bit: } 2^{127}-1 = 170\,141\,183\,460\,469\,231\,731\,687\,303\,715\,884\,105\,727$$

Velocidad ordenador petaflops: 1 000 000 000 000 000 000 operaciones por segundo

Valores reales en el ordenador: Coma flotante

$$-2,3245 \cdot 10^5 = -232450$$

- Cada número finito se describe por tres **enteros**: **s** (un bit de **signo**), **c** (**mantisa**) y **q** (**exponente**).
- El valor numérico de un número finito representado es:

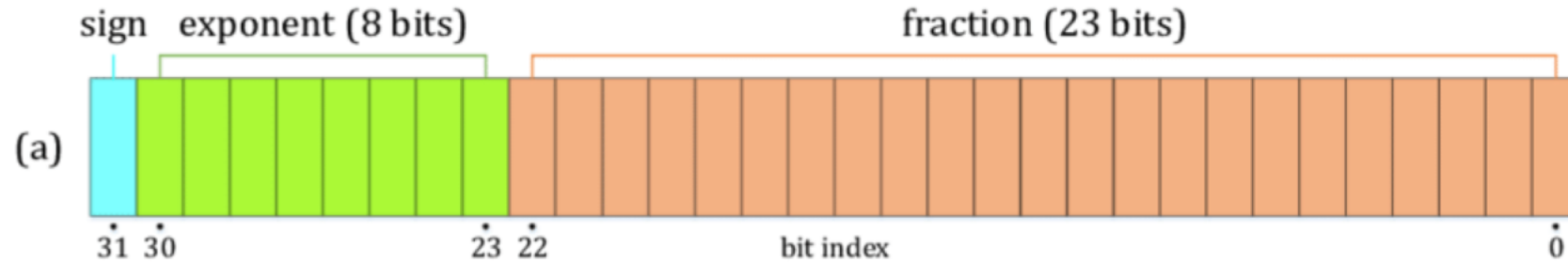
$$(-1)^s \cdot c \cdot 2^q$$

Al exponente se le suma 127 antes de pasarlo a binario

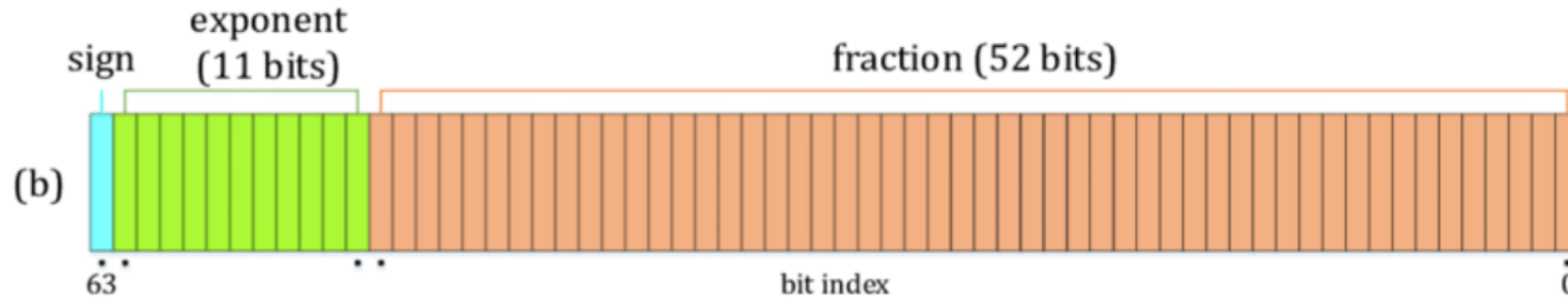
Coma flotante:

En un float de 32 bits, de los 32 bits, 24 se utilizan para escribir los dígitos significativos, mientras que los 8 restantes se utilizan para el exponente de la notación científica.

32 bits



64 bits



Fuente: Researchgate

Teóricamente, el número más grande que puede almacenar un float de 32 bits es del orden de $2^{2^7-1} = 2^{127} \sim 10^{38}$ (*)

VAMOS A PASAR 117,25

PRIMERO A LENGUAJE BINARIO

$$117,25 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

DESPUÉS A NOTACIÓN CIENTÍFICA

$$1110101,01_{(2)} = 1,11010101 \cdot 2^6$$

AHORA: SIGNO +, ES DECIR 0

$$\text{EXPONENTE } 6+127=133 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

MANTISA. 1,11010101

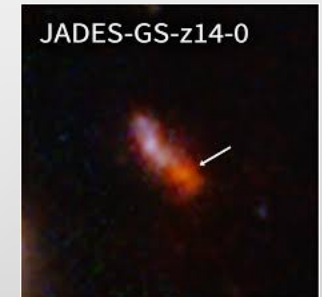
EL N° SERÁ 0 10000101 1,110101010000000000000000

OBJETOS ESTELARES

- Estrella más cercana: α -Centauri: 4,22 años-luz



- Objeto más lejano Galaxia JADES-GS-Z14-0: 13,48 mil millones de años luz



¿A QUÉ VELOCIDAD NOS MOVEMOS?

- Por rotación

Radio de la Tierra: 6370 km

Distancia recorrida en una día: $2 \cdot \pi \cdot R_T = 2 \cdot \pi \cdot 6370 = 40023,89 \text{ km}$

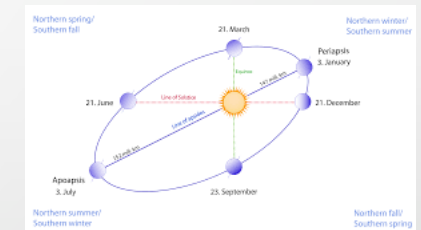
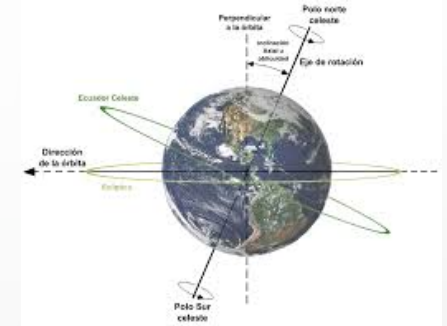
$$\text{Velocidad } V = \frac{40023,89}{24} = 1667,66 \text{ km/h} \approx 463,23 \text{ m/s}$$

- Por traslación

Radio medio órbita Tierra: 149 597 871 kilómetros

Distancia recorrida en año: $2 \cdot \pi \cdot R_T = 2 \cdot \pi \cdot 149\,597\,871 = 939951145.1 \text{ km}$

$$\text{Velocidad } V = \frac{939951145.1}{365,25 \cdot 24} = 107226,92 \text{ km/h} \approx 29,79 \text{ Km/s}$$



El North American X-15, que alcanzó los 7.274 km/h

Avión comercial más rápidos, unos 1.060 km/h

PROBABILIDAD DE GANAR A LA LOTERÍA PRIMITIVA

COMBINATORIA:

- PERMUTACIONES: $P_n = n!$
- VARIACIONES $V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$
- COMBINACIONES $C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$

$$C_{49,6} = \frac{49!}{6!(49-6)!} = 13983816$$

VAMOS A VER SI ES MUCHO O POCO...

PISCINA OLÍMPICA



50 m largo
25 m ancho
2 m profundidad

$$Volumen_{piscina} = 50 \times 25 \times 2 = 2500 \text{ m}^3 = 2\,500\,000 \text{ litros}$$

¿CUÁNTAS PELOTAS DE TENIS CABEN EN UNA PISCINA OLÍMPICA? (APROXIMACIÓN)



El diámetro de la **pelota** será mayor de 6,35 cm y menor de 6,67 cm

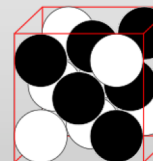
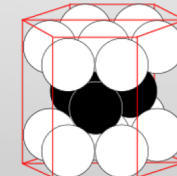
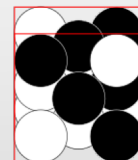
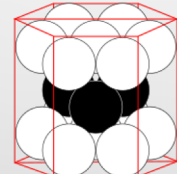
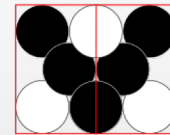
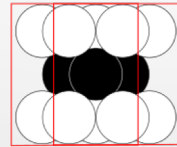
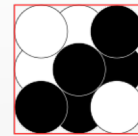
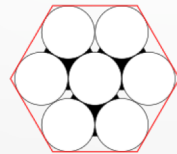
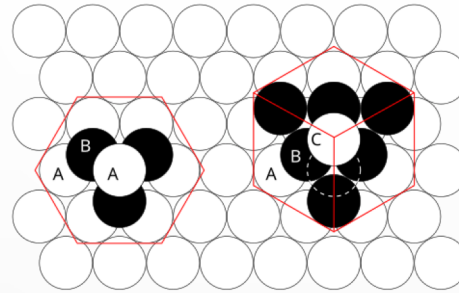
Tomaremos $d=6,5\text{cm}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad V_{\text{pelota}} = \frac{4}{3}\pi 3,25^3 = 143,7933137\text{cm}^3$$

$$= 0,00014379331\text{m}^3$$

$$\frac{V_{\text{piscina}}}{V_{\text{pelota}}} = \frac{2500}{0,0001437933} \approx 17386067 \text{ pelotas}$$

¿CUÁNTAS PELOTAS DE TENIS CABEN EN UN M^3 ?



Factor de empaquetamiento: 74%

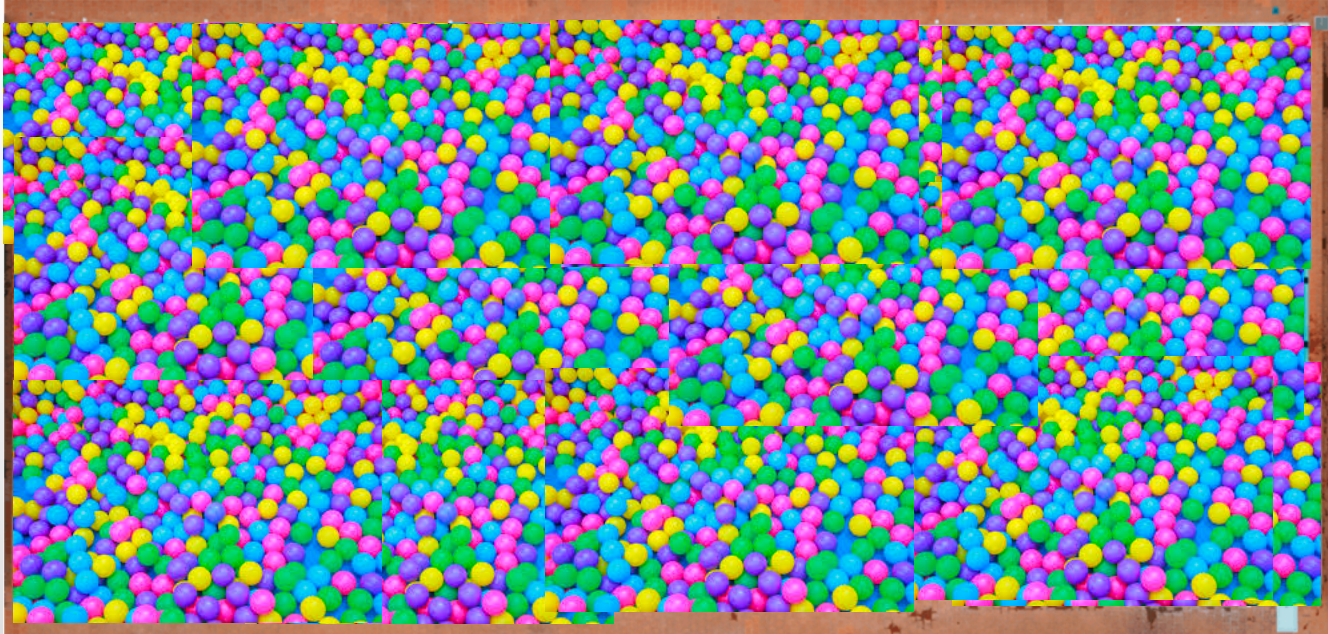
¿CUÁNTAS PELOTAS DE TENIS CABEN EN UNA PISCINA OLÍMPICA? (MEJOR APROXIMACIÓN)



Usando el. 74% como factor de empaquetamiento

$$\frac{0,74 \cdot V_{piscina}}{V_{pelota}} = \frac{0,74 \cdot 2500}{0,0001437933} \approx 12865688 \text{ pelotas}$$

REFLEXIONEMOS....

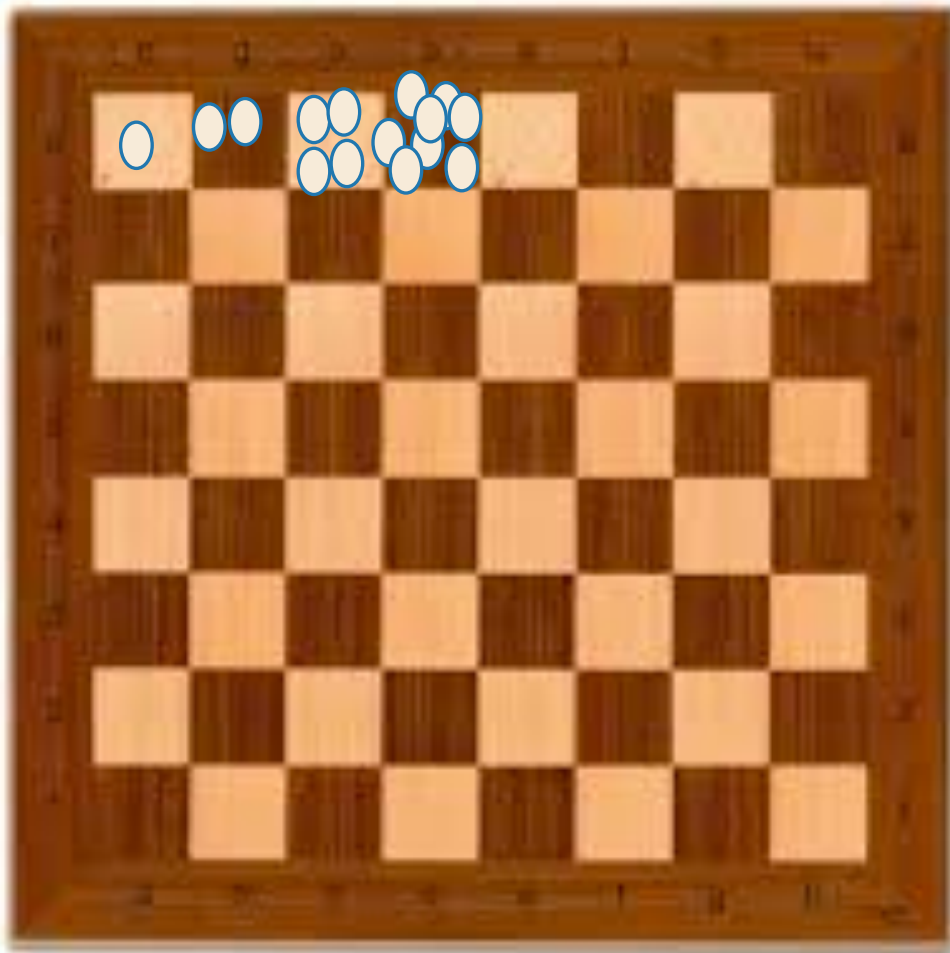


17386066 pelotas (por volumen)

13983816 posibilidades

12865688 (con factor)

LA LEYENDA DEL AJEDREZ

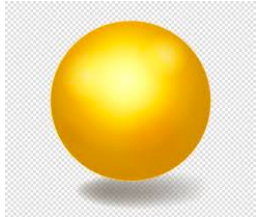


$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

$$2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$$



Los calibres de las semillas de trigo pueden variar entre 2,65 mm para las variedades de granos más grandes hasta 2, 10 mm para las variedades de granos más pequeños.



Tomaremos un tamaño medio 2,5mm y lo “transformamos” en una esfera de diámetro 2,5mm

Tomaremos $d=2,5\text{mm}$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad V_{\text{grano}} = \frac{4}{3}\pi 1,25^3 = 8,181230868\text{mm}^3 = 0,00000000818123\text{m}^3$$

$$0,00000000818123\text{m}^3 \times 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 = 1,50917072 \times 10^{11}\text{m}^3 = 150\text{km}^3$$

Pamplona: Cuenta con una población de 203 944 habitantes (INE, 2020) repartida en una superficie de 25,9 km², según los datos del registro municipal. Su área metropolitana alcanza los 334 830 habitantes distribuidos en una superficie de 488,6 km².



25,14 km²

$$\frac{150\text{km}^3}{25,14\text{km}^2} \approx 6\text{ km}$$

¡¡DE ALTURA!!

$$\frac{150\text{km}^3}{488,6\text{km}^2} \approx 0,306\text{ km} = 306\text{m}$$



GRANOS DE ARENA EN LA PLAYA

- EL TAMAÑO MEDIO OSCILA ENTRE 0.06 HASTA 2 MILÍMETROS. NOSOTROS TOMAREMOS EL MÁS PEQUEÑO 0,06MM



- ¿CUÁNTO OCUPARÁN 3 CUATRILLONES DE GRANOS?

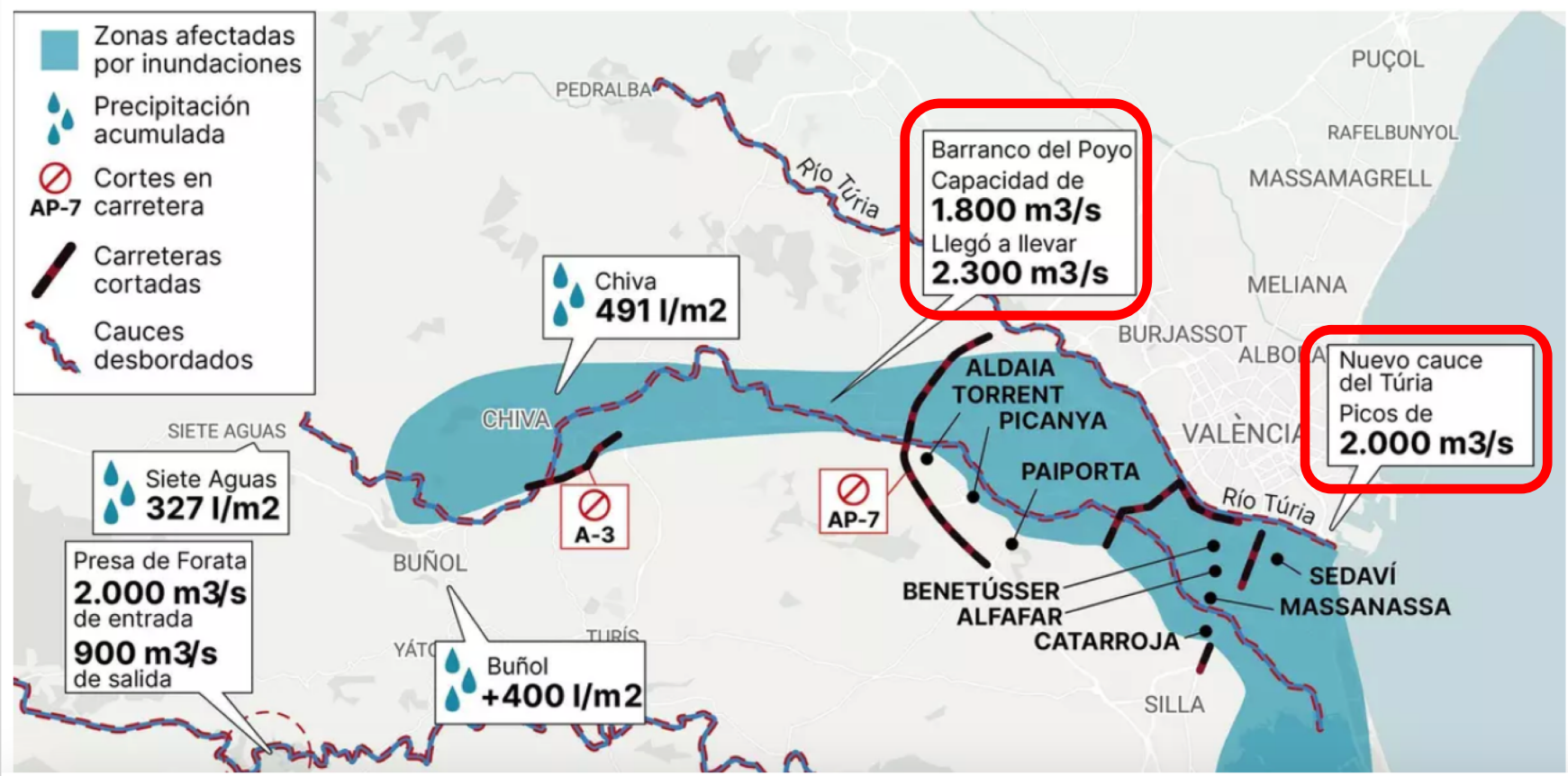
El nivel del Ebro comienza a descender tras anegar una veintena de calles de Tudela

A las 22.00 horas, el río discurría con una altura de 5,92 metros y un caudal de 2.603 metros cúbicos por segundo



¿Cuántas piscinas olímpicas se habrían llenado desde que hemos empezado?





LOS “REYES” DE LOS NÚMEROS GRANDES

- LA TETRACIÓN (*)

$${}_na = a^{a^{\cdots (n^a)}}$$

$${}^32 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

- ${}^n a = a^{a^{\cdots (n^a)}}$

$${}^3 2 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$${}^4 2 = 2^{2^{2^2}} = 65536$$

$${}^5 3 = 3^{3^{3^{3^3}}} = \textit{incalculable}$$

$6,002253567994547 \times 10^{3638\ 334640\ 023}$ dígitos decimales

$${}^6 5 = \text{BUFFF} \dots$$



Flecha de Knuth

- $a \uparrow b = a \times a \times \dots (b \times a = a^b)$

- $a \uparrow\uparrow b = {}^b a = a^{a^{\dots (b^a)}} = a \uparrow \underbrace{(a \uparrow (a \dots \uparrow a))}_{b \text{ veces } a}$

- $a \uparrow\uparrow\uparrow b = a \uparrow\uparrow \underbrace{(a \uparrow\uparrow (a \uparrow\uparrow \dots a \uparrow\uparrow a))}_{b \text{ veces } a}$

Un ejemplo de esto:

$$5 \uparrow\uparrow 3 = {}^3 5 = \underbrace{5^{5^5}}_{3 \text{ veces } 5} = \underbrace{5 \uparrow (5 \uparrow 5)}_{3 \text{ veces } 5} = 5^{3125} \approx 1,911012597945478 \cdot 10^{2184}$$

$$2 \uparrow\uparrow 2 = 2^2 = 4$$

$$2 \uparrow\uparrow 3 = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

$$2 \uparrow\uparrow 4 = 2^{2^{2^2}} = 2^{16} = 65536$$

$$2 \uparrow\uparrow 5 = 2^{2^{2^{2^2}}} = 2^{65536} \approx 2,003529930406846 \cdot 10^{19728}$$



EL MONSTRUO: EL N° DE GRAHAM

N° GRAHAM



¡GARCIAS POR VUESTRA ATENCIÓN!

APRENDED A SER UN POCO APRENDICES DE TODO PARA VUESTRO BIEN Y, AL MENOS,
ESPECIALISTAS EN ALGO PARA BIEN DE LOS DEMÁS.

P. PUIG ADAM